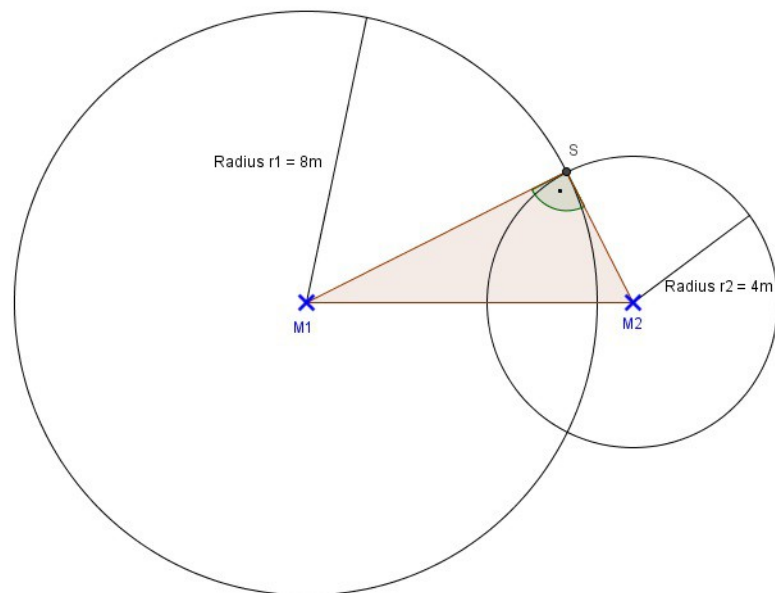


Aufgabe 1
Bühnenreif

Das Bühnenkonzept eines erfolgreichen Gesangskünstlers sieht folgende Hauptbühne vor:

Die Bühne soll so aufgebaut werden, dass die größere auf der kleineren Kreisbühne aufliegt. Dabei beträgt der Radius des größeren Teils acht Meter und der des kleineren Teils vier Meter.

Aus ästhetischen Gründen soll zudem das eingezeichnete Dreieck rechtwinklig sein. Bei den Proben mit den Tänzerinnen und Tänzern und deren Verteilung auf der Bühne stellt sich der Choreograph die Frage, wie groß die Differenz der beiden Bühnenteile ist, die nicht aufeinander aufliegen. Können Sie ihm helfen?



Aufgabe 2
Ein bisschen Zahlentheorie

"Für jede natürliche Zahl n ($n > 0$) lässt sich 9^n als Summe von 3^n aufeinanderfolgenden Zahlen darstellen."

a) Zeigen Sie, dass die obige Behauptung für $n = 1, 2, 3$ wahr ist.

$$9 = 2 + 3 + 4$$

$$81 = ? + \dots + ? + \dots + ?$$

b) Zeigen Sie, dass die obige Behauptung auch allgemein gültig ist. Dabei kann Ihnen helfen, die Beispiele aus a) auf Regelmäßigkeiten bzw. Muster zu untersuchen, und diese anschließend allgemein zu formulieren.

Aufgabe 3
Schnell ein Oktaeder gezaubert...

Max zeigt erfreut zwei exakt gelungene Styroporwürfel, die er soeben gesägt hat. Seiner Schwester Inga fällt ein, dass sie einen Oktaeder für den Unterricht mitbringen wollte.

Großzügig bietet Max einen seiner Würfel an: "Du brauchst nur die Schnittpunkte der Flächendiagonalen als Eckpunkte deines Oktaeders zu verwenden. Dann kannst du ihn sauber heraus sägen."

Inga äußert Bedenken: "Dann säge ich aber viel von deinem schönen Würfel weg. Fällt dabei nicht zu viel Abfall an?"

Nun, in welchem Verhältnis stehen denn der Abfall zu dem Volumen des beabsichtigten Oktaeders?

